

Aufgabe Punkte

1. (2) Nehmen Sie zu folgender Pressemitteilung Stellung:
"Das Projekt wurde mit einem Kostenaufwand von 250'000,- CHF fertiggestellt."

Die BWL verwendet (wie jede Wissenschaft) eine Terminologie, die teilweise vom alltäglichen Sprachgebrauch abweicht. So unterscheidet die BWL zwischen Aufwand und Kosten; aus dieser Perspektive ist der Begriff "Kostenaufwand" unzulässig.

2. (4) Was versteht man unter Homonymen? Geben Sie ein geeignetes Beispiel aus dem Bereich der Betriebswirtschaftslehre.

Homonyme sind Begriffe, die mit unterschiedlichen Inhalten belegt sind. Besonders häufig treten Homonyme bei Abkürzungen auf, weil die Zahl aussprechbarer Abkürzungen beschränkt ist. Ein besonderes Problem bereiten Homonyme bei der automatisierten Übersetzung von Texten.

3. Sie wollen das Maximum einer Gewinnfunktion $G(x)$ mit zwei Definitionsbereichen $0 \leq x \leq 2000$ und $2000 < x \leq 3500$ bestimmen. Sie bilden die erste Ableitung $G'(x)$ und setzen diese gleich Null.

- (2) a) Unter welchen Voraussetzungen ist $G'(x)=0$ lösbar?

Nullstellen von Gleichungen können analytisch oder numerisch (durch fortgeschrittene Probiervverfahren) bestimmt werden. Für Gleichungen zweiter Ordnung lassen sich in der Regel Lösungen analytisch angeben. Gleichungen höherer Ordnung sind in der Regel nicht analytisch lösbar.

- (2) b) Sie erhalten 2 Lösungen $x_1=400$ und $x_2=1800$. Wie bestimmen Sie mit Methoden der Differentialrechnung, ob diese Lösungen Minima oder Maxima sind?

Setzt man die erste Ableitung einer Funktion gleich Null, so kann man (möglicherweise) ein Extremum bestimmen. Dieser Extremwert ist ein Minimum, wenn die zweite Ableitung an diesem Wert der unabhängigen Variablen positiv ist und sie ist ein Maximum, wenn die zweite Ableitung dort negativ ist.

Aufgabe Punkte

- (4) c) Sie haben gefunden, dass $x_2=1800$ einen besseren Wert liefert als $x_1=400$. Ist es denkbar, dass dennoch bessere Lösungen als $x_2=1800$ existieren?

x Ja

Begründung:

Durch Nullsetzen der ersten Ableitung kann man nur Extremwerte im Inneren von Definitionsbereichen ermitteln. Grundsätzlich kommen aber auch die Grenzen der Definitionsbereiche als Extremwerte in Betracht.

Falls ja: Welche könnten dies gegebenenfalls sein?

0, 3500

Begründung:

$x=400$ ist ein lokales Minimum. Es ist daher denkbar, dass $x=0$ ein globales Maximum darstellt.

$x=1800$ ist ein lokales Maximum, da rechts von diesem Punkt kein relatives Minimum existiert, kann der zu $x=2000$ gehörende Wert nicht besser sein. Die Gewinnfunktion weist im Punkt 2000 eine Knickstelle, aber keine Unstetigkeitsstelle auf. Im zweiten Abschnitt der Funktion wurde kein Extremwert gefunden. Es ist aber möglich, dass in diesem Abschnitt die Gewinnfunktion kontinuierlich ansteigt und bei $x=3500$ ein Maximum annimmt.

4. Nehmen Sie zu folgenden Aussagen Stellung:

- (2) a) Als Optimum eines Linearen Programmierungsproblems kommt nur ein Eckpunkt in Betracht.

x Nein

Begründung:

Lineare Optimierungsaufgaben können alternative Optima aufweisen. In diesem Fall liefern mindestens 2 Eckpunkte den maximalen Zielfunktionswert. In diesem Fall ist auch eine Linearkombination aller optimalen Eckpunkte optimal.

Aufgabe Punkte

- (3) b) Die Suche nach der optimalen Lösung eines Linearen Programmierungsproblems kann sich auf die Eckpunkte beschränken.

x Richtig

Begründung:

Auch wenn es mehrere optimale Lösungen gibt, kann in einem linearen Optimierungsproblem doch keine Lösung existieren, die besser ist als ein optimaler Eckpunkt.

- (1) c) Nichtbasisvariablen sind immer Null.

x Richtig

Begründung:

Definitionsgemäss sind alle nicht in der Basis befindlichen Variablen 0.

- (1) d) Basisvariablen sind immer positiv.

x Falsch

Begründung:

Bei primaler Degeneration besitzen ausnahmsweise eine oder mehrere der in der Basis befindlichen Variablen den Wert 0.

- (2) e) Eine kostenminimale Lösung ist immer effizient.

x Richtig

Begründung:

Effizienz ist ein Begriff der Produktionstheorie, die Frage nach kostenminimalen Lösungen wird in der Kostentheorie behandelt. Die Kostentheorie baut auf der Produktionstheorie auf. Die Produktionstheorie ermittelt alle effizienten Lösungen. Nur eine der im Sinn der Produktionstheorie effizienten Lösungen kann auch kostenminimal sein.

Aufgabe Punkte

- (2) f) Eine effiziente Lösung ist immer kostenminimal.

x Falsch

Begründung:

Beispiel: In klassischen Produktionsmodellen mit stetiger, differenzierbarer Isoquante ist jeweils nur eine einzige Lösung kostenminimal, obwohl es unendlich viele effiziente Lösungen gibt.

5. In einem Linearen Programmierungsproblem führen die beiden folgenden Lösungen zum maximalen Zielfunktionswert:

$$x = \begin{pmatrix} 130 \\ 20 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad x = \begin{pmatrix} 150 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (1) a) Wieviele optimale Lösungen existieren?

Unendlich viele.

- (3) b) Geben Sie alle optimalen Lösungen an:

$$\lambda \cdot \begin{pmatrix} 130 \\ 20 \end{pmatrix} + (1 - \lambda) \cdot \begin{pmatrix} 150 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit } 0 \leq \lambda \leq 1$$

- (2) c) Welche Besonderheit besitzt das zu

$$x = \begin{pmatrix} 150 \\ 0 \end{pmatrix}$$

gehörende Simplex-Tableau?

Das zugehörige Simplextableau ist

- a) entweder primal degeneriert, weil x_2 eine Basisvariable ist; in diesem Fall sind $m-2$ Kapazitäten nicht voll ausgenutzt oder es ist*
b) x_2 eine Nichtbasisvariable und es befinden sich $m-1$ Schlupfvariablen in der Basis; sollte die Lösung primal nicht degeneriert sein, so existiert nur ein einziger Engpass.

Aufgabe Punkte

6. (3) Erläutern Sie die Unterschiede zwischen den Begriffen "Isoproduktmengenfläche" und "effizienter Bereich von Isoquanten".

Produktmengenflächen ergeben sich als horizontaler Schnitt durch ein Ertragsgebirge. Die auf dieser Fläche vorzufindenden Punkte geben alle technisch möglichen Lösungen zur Erzielung eines bestimmten Outputs an.

Der effiziente Bereich von Isoquanten beschreibt jene Handlungsalternativen, die bei irgendwelchen Preisverhältnissen kostenminimal sein können; zu einem effizienten Punkt gibt es keinen anderen Punkt, der von allen Faktoreinsätzen gleichviel oder weniger benötigt als der effiziente Punkt.

7. Das Produktionsprogramm umfasst die beiden Produkte P1 und P2 mit den Deckungsbeiträgen 250 bzw. 200. Diese Produkte werden auf den Maschinen M1, M2 und M3 gefertigt, die in der betrachteten Produktionsperiode jeweils 160, 300 und 360 Stunden zur Verfügung stehen.

Mit Hilfe der Linearen Programmierung ist ein gewinnmaximales Produktionsprogramm bestimmt worden, das zum nachfolgendem Optimaltableau geführt hat:

BV	P1	P2	M1	M2	M3	RHS
P1	1	2	0,5	0	0	80
M2	0	2	-1,5	1	0	60
M3	0	5	0	0	1	360
ZF	0	300	125	0	0	20'000

- (3) a) Wieviele Stunden werden die drei Maschinen im Optimalprogramm jeweils benötigt?

M1 = 160 Stunden

M2 = 240 Stunden

M3 = 0 Stunden

Aufgabe Punkte

- (3) b) Nach Vorliegen des Optimalergebnisses wird vorgeschlagen, im Bereich M1 vorübergehend Überstundenarbeit einzuführen. Damit würde sich der in M1 zu verrechnende Stundensatz um 100,- CHF erhöhen. Begründen Sie, ob es sich lohnt, Überstundenarbeit in M1 in Betracht zu ziehen.

Es lohnt sich, Überstundenarbeit in Betracht zu ziehen, weil der Dualwert (Schattenpreis) der Anlage M1 125 beträgt und eine zusätzliche Stunde dieser Anlage das Ergebnis daher um 125 verbessert. Die Überstunden verursachen nur Kosten in der Höhe von 100 CHF. Daher muss sich unter Berücksichtigung dieser Aktionsmöglichkeit die optimale Lösung verändern und es ist eine neuerliche Errechnung des Optimums erforderlich.